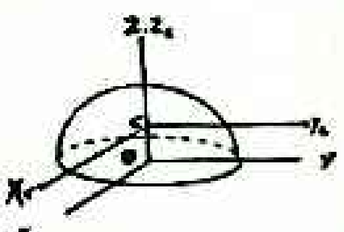
جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر ميكانيك 2
السنة الثالثة
الفصل الدراسي الأول 2017-2018

الاسم: رسينم الرستم
الدرجة: 100
المدة: ساعة ونصف

السؤال الأول: (8 درجة)

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة التالية:



لدينا نصف كرة مصمتة نصف قطرها R وكتلتها M كما في الشكل المجاور إذا علمت أن عزوم عطالة نصف الكرة بالنسبة لمحاور الجملة المارة من مركز كتلتها $CX_CY_CZ_C$ هي: $I_{z_c} = \frac{2}{5}MR^2, I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{83}{320}MR^2$ علماً أن $C(0,0,\frac{3R}{8})$ فإن:

1. عزم عطالة نصف الكرة بالنسبة لمركز كتلتها:

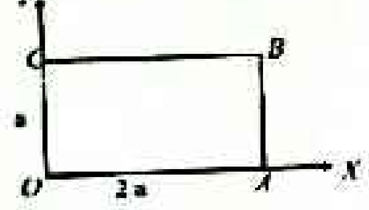
a) $I_c = \frac{2}{5}MR^2$ b) $I_c = \frac{294}{320}MR^2$ c) $I_c = \frac{147}{320}MR^2$ d) $I_c = \frac{3}{5}MR^2$

2. عزوم عطالة نصف الكرة بالنسبة للمحور OX:

a) $I_x = \frac{128}{320}MR^2$ b) $I_x = \frac{3}{5}MR^2$ c) $I_x = \frac{1}{5}MR^2$ d) $I_x = \frac{83}{320}MR^2$

السؤال الثاني: (27 درجة)

لتكن لدينا صفيحة مستطيلة متجانسة $OABC$ طولها $2a$ وعرضها a وكتلتها M . بفرض $OXYZ$ جملة محاور قائمة ومتعامدة بحيث أن الضلع OA محمول على المحور OX والضلع OC محمول على المحور OY والمحور OZ عمودي على مستوي الصفيحة. المطلوب:



1. أوجد عزم عطالة الصفيحة بالنسبة لمركز الجملة O.
2. أوجد عزوم عطالة الصفيحة بالنسبة للمحاور الإحداثية.
3. أوجد عزوم عطالة الصفيحة بالنسبة للمستويات الإحداثية.
4. أوجد عزم عطالة الصفيحة بالنسبة للمحور Δ يصنع مع المحور OX زاوية قدرها $\frac{\pi}{3}$
5. أوجد مجسم العطالة للصفيحة.

السؤال الثالث: (21 درجة)

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة التالية:

1. إذا كانت S مجموعة مادية تتحقق من أجلها العلاقة التالية: $\forall A,B \in S$; $Pro_{AB}\overrightarrow{V(A)} = Pro_{AB}\overrightarrow{V(B)}$ فإن هذا:
a) يقتضي أن S قد تكون متماسكة وقد لا تكون
b) يقتضي أن S متماسكة والعكس غير صحيح
c) يقتضي أن S غير متماسكة
d) يقتضي أن S متصلة
e) يكافئ أن S متماسكة

2. إذا كانت S مجموعة مادية ومن أجلها أمكن تعريف دالة حقيقية f على S بالشكل: $f: S \to R$; (R مجموعة الأعداد الحقيقية) فإن:
a) S مجموعة مادية قابلة للعد
b) S مجموعة متماسكة
c) S مجموعة غير متماسكة
d) S مجموعة مادية تشكل وسطاً متصلاً
e) كل ما سبق خطأ

3. إذا كانت S مجموعة مادية متحركة و $\{\overrightarrow{V(A)} = \overrightarrow{V(B)}, \forall A,B \in S\}$ فإن هذا:
a) لا يقتضي أن S متماسكة
b) يقتضي أن S متماسكة وحركتها مستوية
c) يكافئ أن S متماسكة وحركتها انسحابية
d) كل ما سبق صحيح
e) يكافئ أن S متماسكة وحركتها دورانية

4. إذا تحرك الجسم الصلب في R^3 فإن وضعه يتعين بمعرفة:
a) ستة وسطاء غير مستقلة
b) ستة وسطاء مستقلة
c) ثلاثة وسطاء
d) تسعة وسطاء مستقلة
e) اثني عشر وسيطاً مستقلاً

5. إذا تحرك الجسم الصلب حركة انسحابية بدون قيود إضافية في فضاء ما فإن وضعه يتعين بمعرفة:

a) وسيطين
b) أربعة وسطاء
c) وسطاء مستقلة عددها يساوي عدد أبعاد الفضاء
d) ستة وسطاء
e) تسعة وسطاء مستقلة

6. إذا تحرك الجسم الصلب طليقاً في R^3 وعلمنا وضع نقطة منه فإن وضع S يتعين بمعرفة:

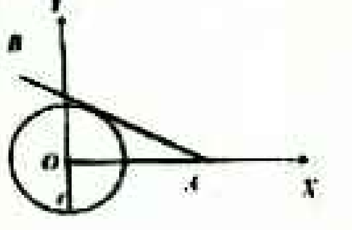
a) ستة وسطاء مستقلة هي (احداثيات نقطة منه وزوايا أولر الثلاثة)
b) بمعرفة نقطة ثانية
c) وسيط مستقل واحد
d) كل ما سبق صحيح
e) ثلاثة وسطاء مستقلة هي زوايا أولر

7. إذا ثبتنا من الجسم الصلب S نقطتين فإنه يتحرك:

a) عامة
b) انسحابية
c) دورانية حول نقطة منه
d) كل ما سبق صحيح
e) كل ما سبق خطأ

السؤال الرابع: (22 درجة)

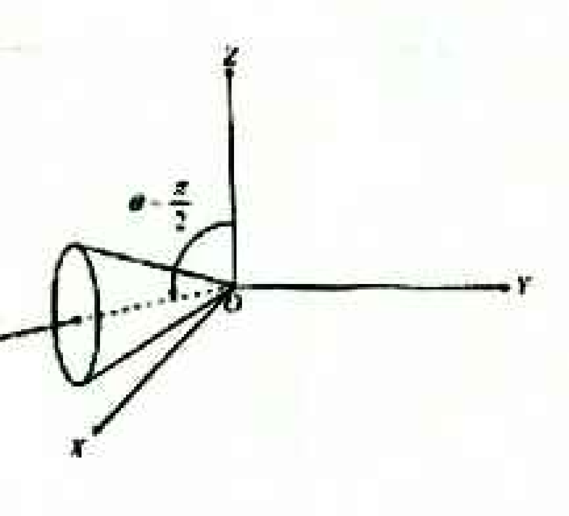
انظر الشكل المجاور تجد قضيباً AB طوله $2L$ يتحرك في المستوي OXY بحيث يتحرك طرفه A على المحور OX ويكون القضيب دوماً مماساً لقرص ثابت مركزه O. المطلوب:



1. أكمل رسم الشكل وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين وضع القضيب.
2. أوجد سرعة مركز كتل القضيب بدلالة الوسطاء المستقلة ومشتقاتها.
3. أوجد احداثيات المركز الآني للدوران في R^2 وفي R_1^2.
4. أوجد منحني القاعدة ومنحني المتدحرج.

السؤال الخامس: (22 درجة)

انظر الشكل المجاور تجد جسماً صلباً يأخذ شكل مخروط يتحرك حول رأسه الثابت O. بحيث تكون الزاوية بين الشاقول $O\vec{Z}$ ومحور تناظر المخروط تساوي $\frac{\pi}{2}$ المطلوب:



1. أكمل رسم الشكل بالتفصيل وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتعيين وضع المخروط.
2. أوجد سطح القاعدة وسطح المتدحرج.
3. أوجد سرعة مركز قاعدة هذا الجسم بدلالة الوسطاء المستقلة ومشتقاتها الزمنية. حيث ارتفاع المخروط = h

سلم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك2
الفصل الدراسي الأول 2017-2018
الدرجة: 35
السؤالين الأول والثاني فقط

د. وعد صافتلي

جواب السؤال الأول: (8 درجة): 4 درجات لكل إجابة

1. $I_c = \frac{147}{320} MR^2$ (C)
2. $I_x = \frac{128}{320} MR^2$(a)

جواب السؤال الثاني: (27 درجة)

$$I_o = \rho \int (x^2 + y^2)\, ds = \rho [\int_0^a \int_0^{2a} x^2 dxdy + \int_0^a \int_0^{2a} y^2 dxdy] = \frac{5Ma^2}{3}$$

3 درجة

$$I_x = \rho \int y^2 ds = \rho \int_0^a \int_0^{2a} y^2 dxdy = \rho \int_0^{2a} dx \int_0^{a} y^2 dy = \rho a \frac{8a^3}{3} = \frac{Ma^2}{3}$$

$$I_y = \rho \int x^2 ds = \rho \int_0^a \int_0^{2a} x^2 dxdy = \rho \int_0^{2a} x^2 dx \int_0^a dy = \rho 2a \frac{a^3}{3} = \frac{4Ma^2}{3}$$

$$I_z = I_o = I_x + I_y = \frac{M4a^2}{3} + \frac{Ma^2}{3} = \frac{5Ma^2}{3}$$

6 درجة

$$I_{xy} = 0, I_{xz} = I_x = \frac{M\ a^2}{3}, I_{yz} = I_y = \frac{4Ma^2}{3}$$

3 درجة

$$P_{xy} = \rho \int xyds = \rho \int_0^a \int_0^{2a} xydxdy = \rho \int_0^{2a} xdx \int_0^a ydy = \frac{\rho a^2 4a^2}{4} = \frac{Ma^2}{2}$$

وبما أن الصفيحة واقعة في المستوي oxy فإن $P_{xz} = P_{yz} = 0$

5 درجة

$$I_\Delta = \alpha^2 I_x + \beta^2 I_y + \gamma^2 I_z - 2\alpha\beta P_{xy} - 2\alpha\gamma P_{xz} - 2\gamma\beta P_{zy}$$

إن متجه الوحدة للمستقيم هو $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} = cos\frac{\pi}{3}\vec{i} + sin\frac{\pi}{3}\vec{j} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$

$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \gamma = 0$$

$$I_\Delta = (\frac{1}{2})^2 \frac{Ma^2}{3} + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \frac{4Ma^2}{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{Ma^2}{2} = \frac{(13 - 3\sqrt{3})}{12} Ma^2$$

7 درجة

د. وعد صافتلي

مجسم العطالة:

$$X^2 I_x + Y^2 I_y + Z^2 I_z - 2XYP_{xy} - 2XZP_{xz} - 2YZP_{zy} = 1$$

$$X^2 \frac{Ma^2}{3} + Y^2 \frac{4Ma^2}{3} + Z^2 \frac{5Ma^2}{3} - 2XY \frac{Ma^2}{2} = 1$$

<u>3 درجة</u>

****

انتهى السلم